

Seminario de Estadística 1

Tarea 7

Algoritmo Metropolis-Hastings

Soriano Flores Antonio

Septiembre 2019

Suponga que usted trabaja en el área de riesgo de una aseguradora, y quiere encontrar el valor de la prima para un seguro de un bien que tiene un valor máximo de $b = \$100,000$.

Sea X la variable aleatoria que modela la cantidad a pagar por la aseguradora tras la ocurrencia de un siniestro, asuma entonces que

$$X|\alpha, \beta \sim \text{Beta}(\alpha, \beta, b = 100000)$$

Donde α y β son parámetros desconocidos del modelo.

A la fecha, la aseguradora ha observado un total de 10 siniestros para este tipo de bienes y a pagado los siguientes montos a cada siniestro:

$$\underline{x} := \{\$8,565.8; \$17,581.7; \$28,852.0; \$6,771.8; \$27,363.6; \$23,703.7; \$24,884.9; \$6,212.3; \$59,258.4; \$11,001.8\}$$

Asumiendo que no tenemos mucha información inicial se deciden utilizar las siguientes distribuciones iniciales para los parámetros desconocidos

$$\alpha \sim \text{Gamma}(0.001, 0.0001) \quad \beta \sim \text{Gamma}(0.001, 0.0001)$$

Asumiendo que de forma inicial α y β son independientes, realice lo siguiente:

- Escriba un programa en R que por medio del algoritmo Metropolis Hastings genere una cadena de Markov que converga a la distribución final:

$$p(\alpha, \beta|\underline{x}) \propto p(\underline{x}|\alpha, \beta) p(\alpha, \beta)$$

- Con las simulaciones del punto anterior realice un histograma de la densidad final de α y otro de β
- Construya los intervalos de probabilidad al 90% para los parámetros desconocido (use la función hdi). Compare este intervalo con el generado en su Tarea-Exámen.
- Suponga que está interesado por saber cual será el siguiente monto que tendrá que pagar la aseguradora X_F , simule observaciones de $p(X_F|\underline{x})$ y haga el histograma correspondiente, finalmente usando la función hdi construya un intervalo al 80% de probabilidad para X_F . Compare con el intervalo obtenido en su Tarea-Exámen.
- Finalmente, con la simulaciones de $p(\alpha, \beta|\underline{x})$, estime la densidad de la esperanza del modelo, es decir, simule observaciones de la variable aleatoria:

$$P := 100000 \frac{\alpha}{\alpha + \beta}$$

Obtenga el estimador puntual bayesiano de P (Prima a cobrar) suponiendo una pérdida cuadrática. Compare esta estimación con la obtenida en su Tarea-Exámen.